EXERCICE 1 PROBABILITÉS **7 points**

Une entreprise fabrique des composants pour l'industrie automobile. Ces composants sont conçus sur trois chaînes de montage numérotées de 1 à 3.

- La moitié des composants est conçue sur la chaîne n° 1 ;
- 30 % des composants sont conçus sur la chaîne n° 2 ;
- les composants restant sont conçus sur la chaîne n° 3.

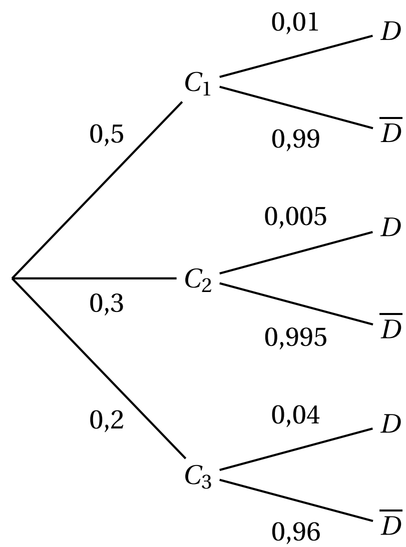
À l'issue du processus de fabrication, il apparaît que 1 % des pièces issues de la chaîne n° 1 présentent un défaut, de même que 0,5 % des pièces issues de la chaîne n° 2 et 4 % des pièces issues de la chaîne n° 3.
On prélève au hasard un de ces composants. On note :

- C_1 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 1 » ;
- C_2 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 2 » ;
- C_3 l'évènement « le composant provient de la chaîne n° 3 » ;
- D l'évènement « le composant est défectueux » et $\overline{D}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les calculs de probabilité seront donnés en valeur décimale exacte ou arrondie à 10^{-4} si nécessaire.

PARTIE A

1.



2. On a $p\left(C_3\cap D\right)=p\left(C_3\right)\times p_{C_3}(D)=0,2\times 0,04=0,008$.
3. De même $p\left(C_1\cap D\right)=p\left(C_1\right)\times p_{C_1}(D)=0,5\times 0,01=0,005$.
   $p\left(C_2\cap D\right)=p\left(C_2\right)\times p_{C_2}(D)=0,3\times 0,005=0,001\,5$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(D)=p\left(C_1\cap D\right)+p\left(C_2\cap D\right)+p\left(C_3\cap D\right)=0,005+0,001\,5+0,008=0,014\,5$.
4. On a $p_D\left(C_3\right)=\dfrac{p\left(D\cap C_3\right)}{p(D)}=\dfrac{0,008}{0,014\,5}\approx 0,551\,72$, soit $0,551\,7$ à 10^{-4} près.

PARTIE B

1. **a.** On a la loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;\,0,014\,5)$, donc la probabilité qu'un lot possède exactement trois composants défectueux sur 20 est égale à :
   $\binom{20}{3}0,014\,5^3\times(1-0,014\,5)^{17}\approx 0,002\,71$, soit $0,002\,7$ à 10^{-4} près.
   b. La probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux est égale à $(1-0,014\,5)^{20}\approx 0,746\,67$, soit $0,746\,7$ à 10^{-4} près.
   Donc la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux est $1-0,746\,67\approx 0,253\,3$.
2. X suivant la loi binomiale de paramètres n et $p=0,014\,5$, on a :
   $p(X=0\geqslant 0,85 \iff (1-0,014\,5)^n\geqslant 0,85$ ou encore $0,985\,5^n\geqslant 0,85$, d'où par croissance de la fonction logarithme népérien :
   $n\ln 0,985\,5\geqslant \ln 0,85$ et enfin $n\leqslant\dfrac{\ln 0,85}{\ln 0,985\,5}$ (car $\ln 0,985\,5<0$).
   Or $\dfrac{\ln 0,85}{\ln 0,985\,5}\approx 11,1$.
   11 composants au maximum par lot conviennent : le directeur a raison.

PARTIE C

Le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise est égal à :

$$0,5\times 15+0,3\times 12+0,2\times 9=7,5+3,6+1,8=12,9$$

soit 12,90 € par composant.